Travaux Dirigés N°3

Analyse du plan *S<A×B>*

El Methni M.

EXERCICE I :

On dispose des mesures indépendantes d'un phénomène aléatoire dont la moyenne risque d'être influencée d'une part par deux facteurs A et B mais aussi d'autre part par l'interaction de ces deux facteurs.

On considère le modèle suivant : $Y_{s(i,j)} = \mu_{ij} + \varepsilon_{s(i,j)}$ où $\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$

avec les contraintes d'identification : $\sum_i \alpha_i = 0 \quad \sum_j \beta_j = 0 \quad \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0$

Dans toute la suite on considère un facteur A à deux modalités a_1 et a_2 et un facteur B à trois modalités b_1, b_2 et b_3. On se donne le tableau des moyennes μ_{ij} associées à chaque croisement.

	b_1	b_2	b_3
a_1	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}
a_2	μ_{21}	μ_{22}	μ_{23}

Dans chacun des cas suivants, écrire le modèle et tracer une représentation graphique.

1) Il n'y a pas d'effet principal ni de A ni de B et il n'y a pas d'effet d'interaction.

2) Il y a un effet principal de B mais pas de A et il n'y a pas d'effet d'interaction.

3) Dans toute la suite on suppose connaître μ_{11}, μ_{12} et μ_{13}. Compléter la dernière ligne du tableau ci-contre et tracer une représentation graphique dans les cas suivants :

	b_1	b_2	b_3
a_1	17	23	29
a_2			

a) Il y a un effet principal de B mais pas de A et il n'y a pas d'effet d'interaction.

b) Il y a un effet principal de A, un effet principal de B et il n'y a pas d'effet d'interaction.

c) Il n'y a pas d'effet principal ni de A ni de B et il y a un effet d'interaction.

d) Il y a un effet principal de B et un effet d'interaction mais pas d'effet principal de A.

EXERCICE II :

Dans la construction d'un test projectif, 40 planches représentant des visages humains sont utilisées. Sur chaque planche, le sexe d'au moins un des visages est seulement vaguement suggéré. Pour étudier l'influence de l'introduction d'indices supplémentaires, les planches sont retouchées de façon à ce que les visages ressemblent davantage soit à un visage de femme, soit à un visage d'homme. Les 40 planches sont administrées à un groupe de 18 garçons et à un groupe de 18 filles. Six membres de chaque groupe voient les planches avec des indices féminins, six voient les planches avec les indices masculins et six voient les planches originales. Pour chaque sujet on note le nombre de planches pour lesquelles le visage indistinct est interprété comme celui d'une femme.

	indices féminins		indices masculins		pas d'indice	
filles	29	36	14	5	23	26
	35	33	8	7	21	30
	27	38	10	16	24	32
garçons	24	35	3	5	19	7
	30	32	8	10	16	11
	26	33	4	6	9	10

Tableau des données

1) Donner la formule du plan. Quelle est la nature de chaque facteur introduit dans votre formule de plan ?

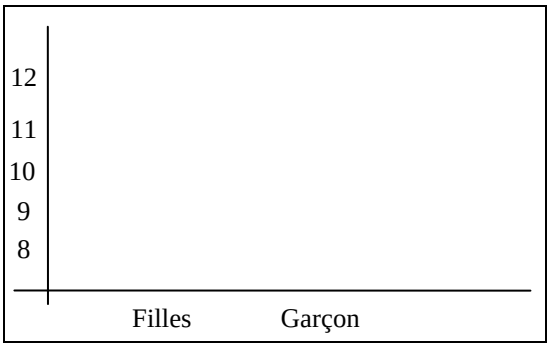
2) Faire le graphe d'interaction. Que constatez-vous pour chaque type d'effets ?

3) Calculer : **SCA**, **SCB**, **SC(A×B)** et **SCT**

4) Construire la table d'analyse de la variance et faire les tests d'hypothèses d'existence des différents effets en explicitant tous vos calculs numériques.
Résultats numériques partiels : La somme des carrés totale **SCT** est égale à 4479.

EXERCICE III :

Selon une étude portant sur une population d'enfants, la durée de sommeil est plus élevée chez les garçons que chez les filles. Par ailleurs, selon cette même étude, le fait de jouer à des jeux électroniques contribue à augmenter la durée de sommeil. Enfin la durée de sommeil est plus élevée chez les garçons qui jouent à des jeux électroniques que chez les garçons qui ne jouent pas. Compléter le graphique et le tableau suivants :



	filles	garçons
joueur		
non joueur		

EXERCICE IV :

Pour étudier le degré de motivation d'un sujet, un expérimentateur construit l'expérience suivante : il choisit des collégiens. Chaque collégien participe à un jeu comportant une épreuve physique et reçoit un score qui mesure sa performance. En fait, le jeu est entièrement contrôlé par l'expérimentateur, ainsi chaque sujet reçoit le même score. Après un nombre fixé d'essais pour lequel le sujet reçoit le score préfixé, l'expérimentateur demande au sujet de prédire le score qu'il aura au prochain essai. Avant de faire sa prédiction, le sujet reçoit deux types d'informations :

- L'expérimentateur lui signale que son score est supérieur, égal ou inférieur au score moyen d'un groupe de comparaison.
- L'expérimentateur lui signale soit que le groupe de comparaison est formé de collégiens soit d'athlètes professionnels.

Le score prédit par chaque sujet est donné dans le tableau suivant :

Groupe de collégiens			Groupe d'athlètes professionnels		
supérieur	égal	inférieur	supérieur	égal	inférieur
52	28	16	38	44	24
48	35	15	35	35	26
43	34	23	33	43	19
50	27	22	39	42	27
43	28	17	34	38	20
44	30	18	36	41	23

On donne : Moyenne générale = 32,5 **SCT** = 3703

1) Donner la formule du plan d'expérience

2) Construire la table d'analyse de la variance et tester les différents effets des facteurs.

EXERCICE V :

Chacun des quatre tableaux ci-contre donne les moyennes, selon un plan factoriel complet, observées dans une certaine population.

Donner, dans chacun de ces quatre cas, une représentation graphique et une « interprétation » en termes d'effets (principaux et d'interaction).

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	10	14	12	16
a_2	7	11	9	13

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	10	12	14	16
a_2	14	12	10	8

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	10	12	14	16
a_2	8	9	10	11

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	12	12	8	12
a_2	8	8	12	8

EXERCICE VI :

Dans le cadre d'une étude sur la dépression, on a administré 4 traitements (T_1, T_2, T_3, T_4) à 3 groupes d'âges différents (A_1, A_2, A_3). Les 40 sujets de chaque groupe d'âge ont été affectés de façon aléatoire à raison de 10 sujets par traitement.

On dispose d'une évaluation par un test de dépression pour chaque sujet.

Le tableau suivant donne, pour chaque condition expérimentale, la somme des observations $\sum y$ et la somme de leurs carrés $\sum y^2$.

	A_1				A_2				A_3			
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_1	T_2	T_3	T_4	T_1	T_2	T_3	T_4
$\sum y$	50	73	21	25	90	73	43	83	72	75	10	20
$\sum y^2$	298	585	85	109	858	577	237	741	578	609	39	88

1) Quels sont les facteurs mis en jeu? Quelles sont leurs modalités? Quelle est la variable dépendante? Donner la formule du plan.

2) Tracer un graphe d'interaction

3) Construire la table d'analyse de la variance

4) Tester l'effet des différents facteurs en précisant de façon explicite les hypothèses et les conclusions des différents tests.

EXERCICE VII :

Un expérimentateur veut étudier l'effet de différentes conditions sur l'aptitude à résoudre des problèmes. La mesure de la capacité à résoudre des problèmes est le temps moyen mis pour accomplir une série de tâches.

5 sujets sont soumis à 4 conditions C_1, C_2, C_3 et C_4 définies par :

- C_1 : le sujet n'est pas averti qu'il sera pénalisé selon le temps utilisé et les problèmes ont trait au langage
- C_2 : le sujet est averti qu'il sera pénalisé selon le temps utilisé et les problèmes ont trait au langage
- C_3 : le sujet n'est pas averti qu'il sera pénalisé selon le temps utilisé et les problèmes sont des manipulations de formes géométriques
- C_4 : le sujet est averti qu'il sera pénalisé selon le temps utilisé et les problèmes sont des manipulations de formes géométriques

C_1	C_2	C_3	C_4
10	14	16	12
9	15	13	12
7	13	13	16
11	13	12	15
13	20	11	15

1) Quels sont les facteurs mis en jeu? Quelles sont leurs modalités? Quelle est la variable dépendante? Donner la formule du plan.

2) Tracer le graphe d'interaction. Quels effets constatez-vous?

3) Construire la table d'analyse de la variance et faire les tests d'hypothèses d'existence des différents effets en précisant de façon explicite les hypothèses et les conclusions des différents tests.

EXERCICE VIII :

Un chercheur émet l'hypothèse que la tension musculaire induite chez un sujet lors d'une tâche d'écriture dépend du type de tâche. Pour mettre à l'épreuve cette hypothèse, le chercheur construit l'expérience suivante :

Le sujet tient dans sa main habituelle un crayon, tandis qu'avec l'autre main, il tient une poire en caoutchouc reliée à une jauge qui mesure la pression exercée par la main sur la poire. Le sujet doit effectuer trois tâches différentes suivantes: écrire la solution de problèmes d'arithmétique, écrire un court texte d'imagination, dessiner soigneusement une ligne. Chaque tâche est effectuée deux fois. On relève au cours de chaque épreuve la pression moyenne exercée sur la jauge. Six sujets participent à l'expérience. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	tâche 1		tâche 2		tâche 3		moyenne
	essai 1	essai 2	essai 1	essai 2	essai 1	essai 2	
sujet 1	7.8	8.7	11.1	12.0	11.6	10.0	10.2
sujet 2	8.0	9.2	11.2	10.6	10.0	12.2	10.2
sujet 3	4.0	6.9	9.8	10.1	11.7	12.7	9.2
sujet 4	10.6	9.4	11.4	10.5	8.2	8.1	9.7
sujet 5	9.3	10.6	13.3	11.7	8.4	7.9	10.2
sujet 6	9.5	9.8	12.2	12.3	8.9	10.3	10.5
moyenne	8,2	9,1	11,5	11,2	9,8	10,2	10

1) Quels sont les facteurs mis en jeu ? Quelles sont leurs modalités ? Quelle est la variable dépendante ? Examiner les relations entre les facteurs et en déduire la formule du plan.

2) Établir la table d'analyse de la variance et construire un test permettant de tester l'hypothèse du chercheur.

Résultats numériques partiels : **SCT** = 124,52.

Tableau des moyennes :

Sujets	Tache 1	Tache 2	Tache 3
1	8,25	11,55	10,80
2	8,60	10,90	11,10
3	5,45	9,95	12,20
4	10,00	10,95	8,15
5	9,95	12,50	8,15
6	9,65	12,25	9,60

Sujets	Essai 1	Essai 2
1	10,17	10,23
2	9,73	10,67
3	8,50	9,90
4	10,07	9,33
5	10,33	10,07
6	10,20	10,80

EXERCICE IX:

Dans une expérience on présente à chaque sujet soit oralement soit par écrit un mot qui est soit un mot famillier soit un mot non famillier. Après une période d'attente on intérroge le sujet et on calcule le nombre de syllabes non significatives mémorisées. L'expérience est réalisée sur 24 sujets répartis en quatre groupes de six et on obtient les résultats suivants :

O(ral) :	F(amillier) :	19	16	18	23	14	16
	N(on famillier) :	15	13	7	9	8	11
E(crit) :	F(amillier) :	10	12	18	16	17	14
	N(on famillier) :	9	16	14	11	12	8

1) Tester l'hypothèse selon laquelle le mode de présentation (oral, écrit) n'a pas d'effet sur la mémorisation

2) Tester l'hypothèse selon laquelle la nature des mots présentés (famillier, non famillier) n'a pas d'effet sur la mémorisation

3) Tester l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas d'effet d'interaction sur la mémorisation

EXERCICE X :

On veut comparer les effets biologiques de deux goudrons de cigarettes (cigarettes normales cigarettes traitées) en badigeonnant sur la peau de souris. Le test est fondé sur la dimunition du

nombre de glandes sébacées, le critère d'appréciation étant le nombre *Y* de glandes restantes pour une surface donnée d'examen.
On a utilisé les deux produits avec trois méthodes différentes de badigeonnage chaque fois sur 20 souris. Les résultats figurent dans le tableau suivant.

	Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3	Total
Goudron cigarettes normales				
Moyenne	43,4	30,1	12,5	28,667
Variance	139,94	166,64	533,35	
Goudron cigarettes traitées				
Moyenne	41,65	36,55	19,05	32,417
Variance	79,8775	86,8475	118,8975	
Total Moyenne	42,525	333,325	15,775	30,5417

1) Donner la formule du plan d'expérience
2) Tracer et commenter le graphe d'interaction
3) Construire la table d'analyse de la variance et tester les différents effets des facteurs.